

# **Estudio comparativo de estrategias de control no lineal basadas en pasividad para sistemas robóticos**

Miguel O. Uribe H., José M. Fernández R., Juan D. Ramírez Z., Luis R. Lechuga G., Omar A. Domínguez R. y Luis E. Ramos V.

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Centro de Investigación en Tecnologías de Información y Sistemas, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México  
{m\_oss\_84, josmanuelfer, juanda\_zam, l\_1123581321,  
lramosvelasco}@hotmail.com, omar@uaeh.edu.mx}

**Resumen** El presente trabajo de investigación propone estrategias de control de movimiento libre, de naturaleza no lineal y basadas en pasividad, aplicadas a un sistema robótico para guiado háptico con propósitos de entrenamiento. Las estrategias de control de movimiento libre implementadas y comparadas de manera experimental en este trabajo, están basadas en la teoría de sistemas disipativos (pasividad), así como teoría de estabilidad para sistemas dinámicos de tipo no lineal. El estudio comparativo corresponde a la evaluación de leyes de control con compensación de gravedad y par calculado, en seguimiento de trayectorias.

**Palabras clave:** control no lineal, energía potencial, pasividad, guiado háptico, estabilidad, control par calculado, control PD Plus.

## **1. Introducción**

Una interfaz háptica es un medio por el cual un operador humano interactúa con un ambiente virtual, mediante un dispositivo háptico, el cual en respuesta recibe señales de retroalimentación de fuerza[?].

Todo dispositivo háptico es clasificado de acuerdo a la forma de interacción humana y retroalimentación de fuerza. Algunos ejemplos de estos dispositivos son las plataformas de movimiento, guantes, dermatoesqueletos y de tipo mayordomo [?].

Phantom Premium 1.0, es un dispositivo háptico de tipo mayordomo. Posee 3 grados de libertad actuados y hasta seis sensorizados, articulaciones de revolución, cuyo extremo final es un dedal. Tiene como función primordial conceder a un operador humano una interacción con un ambiente virtual, percibiendo fuerzas de retroalimentación para el estímulo kinestésico[?].

La tarea de guiado háptico, al recibir consignas de operación como posición

y fuerza, obligan al dispositivo haptico a ser empleado como robot manipulador, con dinámica inercial y tribológica despreciable[?]. Debido a que los robots manipuladores en su totalidad cuentan con dinámicas no lineales, son considerados sistemas sofisticados de control que deben satisfacer requisitos tales como precisión y rapidez, motivo por el cual las leyes de control implementadas a estos dispositivos deben de ser de naturaleza no lineal, y compensar de manera eficiente la incertidumbre y las perturbaciones relacionadas con el funcionamiento del sistema[?].

Los controles clásicos corresponden a estructuras lineales con la dificultad de lograr regulación en cualquier configuración del espacio de trabajo de un robot.

La compensación de gravedad representa compensación de no linealidades alrededor del punto de equilibrio y permite la convergencia deseada, sin embargo, la energía que implica la compensación puede tener efectos contraproducentes en la vida útil de un robot, por lo que es conveniente realizar un estudio comparativo de diferentes controles y definir su desempeño bajo las mismas condiciones de operación, a partir de la comparación de error de posición articular, par de entrada global y energía total.

Por lo tanto el objetivo del experimento es evaluar de manera experimental dos técnicas de control articular para robots manipuladores, y definir el desempeño de un control compensado parcialmente con dinámica con relación a un control par calculado en tiempo real del robot.

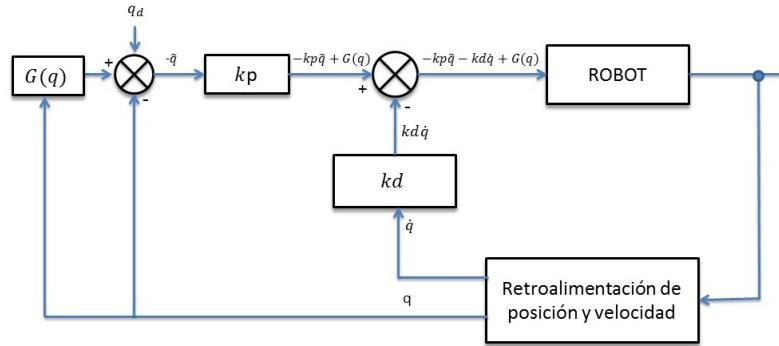
El presente artículo tiene las siguientes contribuciones :

- Validación experimental de la dinámica gravitacional para la compensación durante la ejecución de la tarea, a través del control PD plus.
- Validación experimental de la dinámica inercial y de Coriolis a través de la aplicación del control par calculado pasivo robusto.
- Diseño y prueba de estabilidad de las leyes de control en competencia
- Prueba experimental de estabilidad y análisis de energía

En este artículo en la sección II se describe el control PD+G, en la sección III se hace la descripción general del control par calculado, la sección IV contiene la descripción de la tarea del estudio comparativo, así como los resultados obtenidos de cada control aplicado a la interfaz haptica, la parte V son las conclusiones del experimento, y finalmente los agradecimientos y las referencias.

## 2. Control PD+G

En esta sección se evalúa la estrategia de control PD plus sobre el dispositivo haptico PHANTOM 1.0. A partir del modelo dinámico del sistema y de sus propiedades, se implementa la ley de control a comparar. El modelo dinámico



**Figura 1.** Diagrama de bloques del control PD+G.

reducido de este dispositivo es obtenido por medio del método de Euler-Lagrange y se define por

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

donde  $H(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz de inercias,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  representa a la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis,  $G(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  representa al vector de fuerzas debido a efectos gravitacionales,  $\tau \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  vector de pares de entrada,  $q, \dot{q} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  vectores de posiciones, velocidades y aceleraciones articulares.

La matriz  $H(q)$  es simétrica, y definida positiva, de tal manera que

$$H(q) = H(q)^\top, \\ \dot{q}^\top H(q) \dot{q} > 0; \forall q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

La matriz  $C(q, \dot{q})$  se relaciona con la matriz de inercias  $H(q)$  de la siguiente manera

$$\dot{q}^\top \left\{ \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right\} \dot{q} \equiv 0; \forall q \in \mathbb{R}^{n \times 1},$$

que es la propiedad de antisimetría.

La ley de control PD+G está dada por

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_d \dot{\tilde{q}} + G(q), \quad (2)$$

donde  $\tilde{q} = q - q_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , corresponde al error de posición articular y  $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , es el error de velocidad articular.

Para regulación se toman en cuenta las siguientes consideraciones

$$q_d = cte$$

$$\dot{q}_d = 0,$$

entonces sustituyendo los valores de  $q_d$  y  $\dot{q}_d$ , la ley de control queda definida de la siguiente manera

$$\tau = -k_p \tilde{q} - k_d \dot{q} + G(q), \quad (3)$$

donde  $k_p \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  matriz de ganancias proporcionales,  $k_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  matriz de ganancias derivativas. Ambas matrices definidas positivas.

Sustituyendo el valor de  $\tau$  en (1) para el lazo cerrado se obtiene

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = -K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + G(q)$$

$$H(q)\ddot{q} + (C(q, \dot{q}) + K_d)\dot{q} + K_p \tilde{q} = 0 \quad (4)$$

en un equilibrio  $\dot{q} = \ddot{q} = 0$ , tal que  $\tilde{q} = 0$  y  $q = q_d$ .

Para determinar la fuerza aplicada en los actuadores se necesita hacer una transformación de par de entrada a fuerza. Por lo tanto si el par esta dado por

$$\tau = J^\top f,$$

entonces la fuerza queda definida de la siguiente manera

$$f = J^{-\top} (-k_p \tilde{q} - k_d \dot{q} + G(q)), \quad (5)$$

donde  $J^{-\top}$  es el Jacobiano inverso transpuesto y  $f$  la fuerza aplicada en el efecto final.

### 3. Control par calculado

En esta sección se describe el diseño y prueba de estabilidad del control par calculado, implementado sobre el dispositivo háptico PHANTOM 1.0. A partir del segundo método de Lyapunov se propone la siguiente función para obtener la ley de control

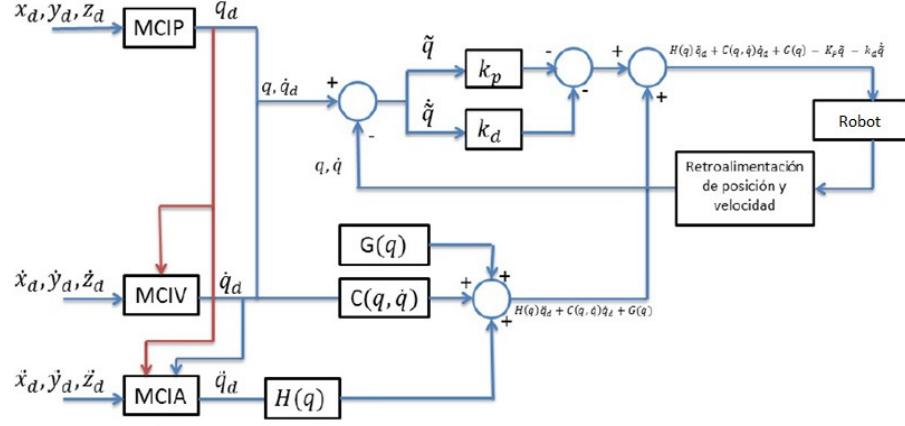
$$V = \frac{1}{2} \dot{\tilde{q}}^\top H(q) \dot{\tilde{q}} + \frac{1}{2} \tilde{q}^\top K_p \tilde{q}, \quad (6)$$

donde  $\tilde{q} = q - q_d$ , corresponde al error de posición articular y  $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d$  es el error de velocidad articular.

El vector de fuerzas de Coriolis se representa por

$$\begin{aligned} C(q, \dot{q})\dot{\tilde{q}} &= C(q, \dot{q})\dot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q}_d \\ C(q, \dot{q})\dot{q} &= C(q, \dot{q})\dot{\tilde{q}} + C(q, \dot{q})\dot{q}_d, \end{aligned} \quad (7)$$

con  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $\dot{q} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  vector de velocidad articular,  $\dot{\tilde{q}} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  vector de



**Figura 2.** Diagrama de bloques del control par calculado.

error de velocidad articular,  $\dot{q}_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  vector de velocidad articular deseada.

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis tiene la siguiente relación con la matriz de fuerzas de inercia

$$\dot{q}^T [\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})] \dot{q} = 0, \quad \forall q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n$$

y esta propiedad es mejor conocida como propiedad de anti-simetría.

Derivando (6) y sustituyendo el valor del vector de fuerzas centrípetas y de Coriolis descrito en (7) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{q}^T H(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} + \dot{q}^T K_p \tilde{q}. \\ \dot{V} &= \dot{q}^T \tau - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} - \dot{q}^T G(q) - \dot{q}^T H(q) \ddot{q}_d + \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q}_d \\ &\quad + \dot{q}^T K_p \tilde{q}. \\ \dot{V} &= \dot{q}^T \tau - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q}_d - \dot{q}^T G(q) - \dot{q}^T H(q) \ddot{q}_d + \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \\ &\quad - \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q}_d + \dot{q}^T K_p \tilde{q}. \end{aligned} \tag{8}$$

Por la propiedad de antisimetría (8) queda definida por

$$\dot{V} = \dot{q}^T \tau - \dot{q}^T H(q) \ddot{q}_d - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q}_d - \dot{q}^T G(q) + \dot{q}^T K_p \tilde{q}. \tag{9}$$

Se usa la fricción viscosa con el propósito de disipar la energía almacenada en el dispositivo, y está representada de la forma

$$- \dot{\tilde{q}}^\top K_d \dot{\tilde{q}}, \quad (10)$$

donde  $K_d$  es la matriz de ganancias derivativas definida positiva.

Finalmente usando (9) y (10) la ley de control obtenida está dada por

$$\tau = H(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + G(q) - K_p \tilde{q} - K_d \dot{\tilde{q}}, \quad (11)$$

con  $\tilde{q} = q - q_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  error de posición articular,  $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  error de velocidad articular,  $K_p \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  matriz de ganancias proporcionales y  $K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  matriz de ganancias derivativas.

Para regulación se define lo siguiente

$$q_d = cte$$

$$\dot{q}_d = 0$$

$$\ddot{q}_d = 0$$

tomando en cuenta la consideraciones anteriores la ley de control queda de la forma

$$\tau = G(q) - K_p \tilde{q} - K_d \dot{\tilde{q}} \quad (12)$$

Podemos asumir, que el control par calculado pasivo robusto, es una generalización del control con retroalimentación dinámica y que garantiza seguimiento de trayectorias, y el control PD +G corresponde a un caso, útil en regulación global.

#### 4. Experimentos

Se realizó la comparación del desempeño del control PD+G y el control par calculado, a partir del tiempo de convergencia a la trayectoria deseada, comparación del error de posición articular, el par de entrada global, medición de la energía total y la misma posición incial en la coordenada (0,0,0).

La tarea consistió en regulación basada en seguimiento de una trayectoria determinada por las siguientes ecuaciones paramétricas

$$x_d = h + r \cos(\omega t)$$

$$y_d = 0,5$$

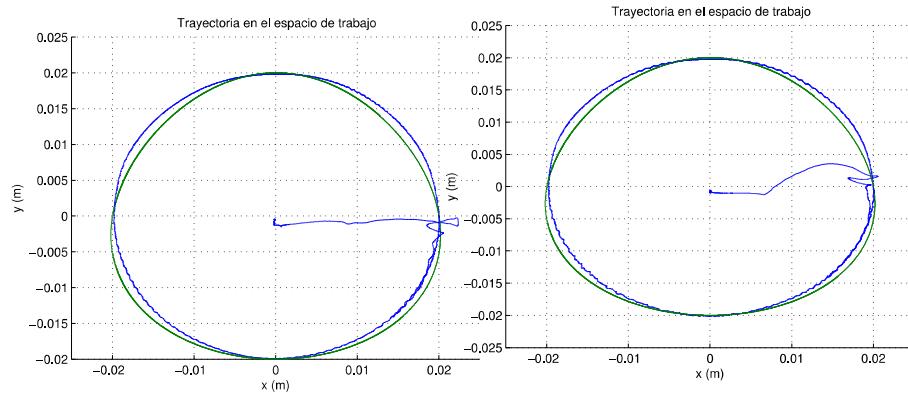
$$z_d = k + r \sin(\omega t)$$

donde  $h = 0,02$  m,  $k = 0,03$  m,  $r = 0,02$  m y  $\omega = 2\pi f$ , que se designaron considerando el espacio de trabajo de Phantom Premium 1.0.

La velocidad y aceleración deseadas se definen por la primera y segunda derivada respectivamente de las ecuaciones paramétricas definidas anteriormente.

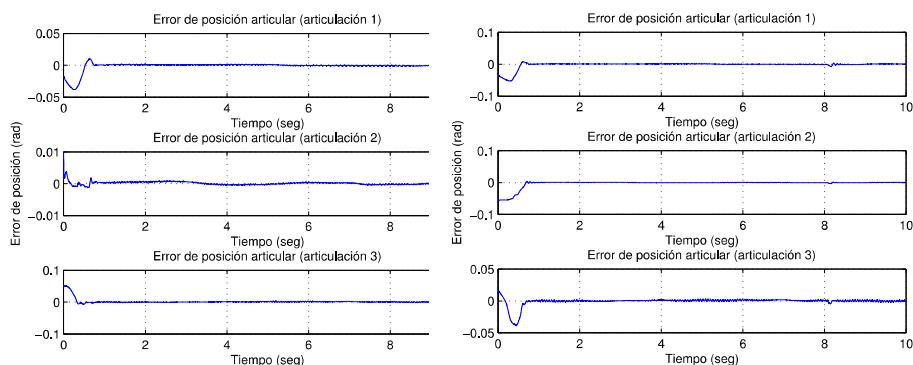
La frecuencia de muestreo  $f = 1 \text{ KHz}$  y el tiempo de ejecución es de 10 segundos.

Se emplea el modelo cinemático directo e inverso de posición y velocidad para poder leer la posición operacional con los encoders del dispositivo háptico y aplicar un control articular a los actuadores.[?]

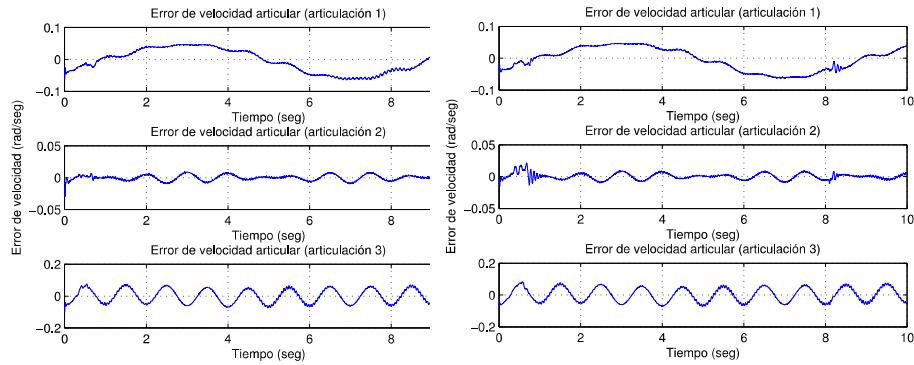


**Figura 3.** Trayectoria control PD+G.

**Figura 4.** Trayectoria control par calculado.

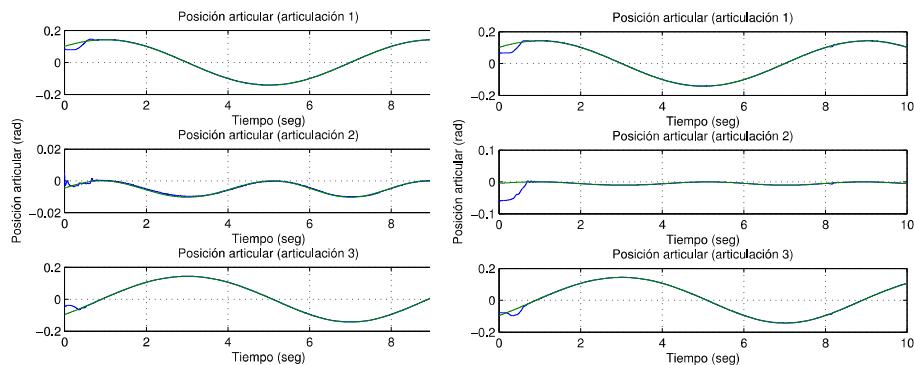


**Figura 5.** Error de posición con control **Figura 6.** Error de posición con control  
PD+G. par calculado.



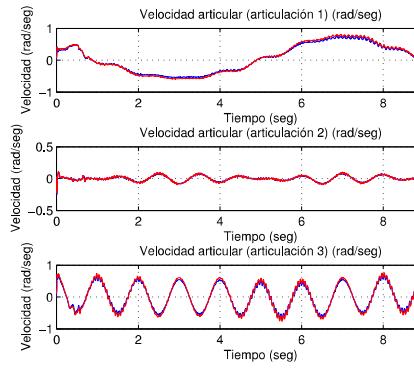
**Figura 7.** Error de velocidad con control PD+G.

**Figura 8.** Error de velocidad con control par calculado.



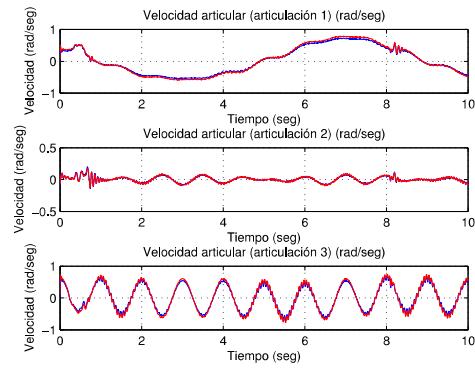
**Figura 9.** Posicion articular control PD+G.

**Figura 10.** Posicion articular control par calculado.

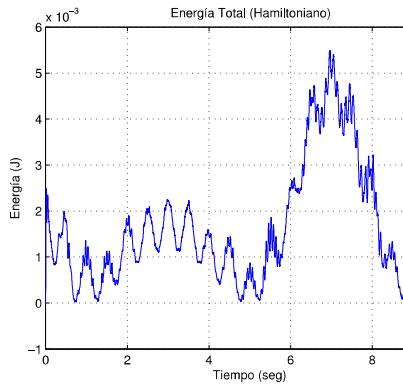


**Figura 11.** Velocidad articular control

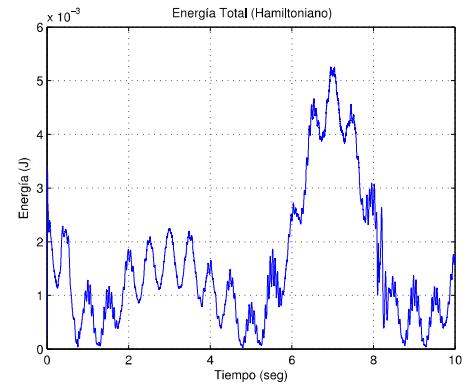
PD+G.



**Figura 12.** Velocidad articular control par  
calculado.



**Figura 13.** Energía total PD+G.



**Figura 14.** Energía total par calculado.

## 5. Conclusiones

De los resultados obtenidos en este estudio comparativo de controles no lineales basados en pasividad, se puede visualizar que el control par calculado garantiza seguimiento de trayectorias y minimiza los errores de estado estable en posición y velocidad, sin embargo, es indiscutible que demanda mayor energía dada su cualidad de robustez.

**Agradecimientos.** Los primeros cuatro autores agradecen a conacyt, el primero a la beca conacyt número 490034, el segundo a la beca número 358028, el tercero a la beca número 410284 y el cuarto a la beca número 489658, y por supuesto al laboratorio de robótica avanzada e interfaces hápticas del citis por prestar su equipo e instalaciones para la realización de este trabajo experimental.

## Referencias

1. Domínguez-Ramírez, Vicente Parra: Diseño e integración de una interfaz háptica activa realista. CINVESTAV, México (2004)
2. Ordaz-Oliver M. Oscar: Diseño e implementación de estrategias de control no lineal con propósitos de guiado hápticos. ITP, México (2009)
3. Ordaz Oliver J. Patricio, Domínguez Ramírez Omar A., Parra-Vega Vicente, Jarillo-Silva Alejandro: Diseño de estrategias de control basadas en pasividad para sistemas Euler-Lagrange aplicado en robots manipuladores. Capítulo 2. Mecatronica. IPN, México (2009)
4. Domínguez-Ramírez, V. López-Morales: Interfaces hápticas antecedentes y descripción. Universidad Autonoma del Estado de Hidalgo, Centro de Investigacion y de Estudios Avanzados del IPN (2006)
5. SensAble Technologies, PHANTOM premium 1.0/1,5A, 3D Touch Componets: HAdware Instalacion and Technical Manueal Revision 6.5, 18 August, (2000).
6. Ortega Romeo, Loría Antonio, Nicklasson Per Johan and Sira-Ramírez Herbert: Passivity-based control of Euler-Lagrange systems, Mechanical, electrical and electromechanical applications. Springer (1998).